1、麦克斯韦方程组的名称、积分形式、微分形式、相量形式

能理解方程所表示的物理含义，并能在直角坐标系下进行相应的分析、计算。

（1）已知一圆柱形平板电容器，圆面半径为 R，极板间距为 d，两极板间施加工频交流电压 $\dot{U}=\frac{U_m}{\sqrt{2}}\angle 0^\circ$ $u(t)=U_m\cos\omega t$ V，极板间为无损电介质，其介电常数为ε，磁导率为μ，忽略边缘效应。则电容器中的电场强度 $\dot{E}(t)=$ $\frac{U_m}{\sqrt{2}d}\angle 0^\circ\ V\cdot m^{-1}$，$\nabla\times\dot{H}(t)=$ $j\omega\frac{\varepsilon U_m}{\sqrt{2}d}\angle 0^\circ\ A\cdot m^{-1}$，电容器内距离圆柱轴心为$\rho$（$\rho<R$）的圆环处 $\dot{H}(t)=$ $j\omega\frac{\varepsilon U_m\rho}{2\sqrt{2}d}\angle 0^\circ$。在上述计算过程中应用了 Maxwell's 方程组中的 全电流 定律；它对应的积分、微分、相量形式分别为 $\oint_l \vec{H}\cdot d\vec{l}=\int_S \vec{J}_c\cdot d\vec{S}+\int_S\frac{\partial\vec{D}}{\partial t}\cdot d\vec{S}+\int_S \vec{J}_D\cdot d\vec{S}$、$\nabla\times\vec{H}=\vec{J}_c+\frac{\partial\vec{D}}{\partial t}$ ($\vec{J}_D$)、$\nabla\times\dot{\vec{H}}=\dot{\vec{J}}_c+j\omega\dot{\vec{D}}$。

$\nabla\cdot\vec{B}=0$　　$a+2=0$

（2）某恒定磁场的磁感应强度的表达式为 $\vec{B}=ax\vec{e}_x+2y\vec{e}_y$ T，依据 Maxwell's 方程组中的 磁通连续性原理（名称）计算可得常数 a 的值是 -2。它对应的积分、微分、相量形式分别为 $\oint_S\vec{B}\cdot d\vec{S}=0$、$\nabla\cdot\vec{B}=0$、$\nabla\cdot\dot{\vec{B}}=0$。

（3） 空间某媒质中的时变电磁场，已知媒质中存在自由电荷的体密度为 $\rho(\vec{r}',t)=\rho_0\cos\omega t$，则在媒质中任一点电位移矢量的散度 $\nabla\bullet\vec{D}(t)=$ $\rho_0\cos\omega t$ 在上述计算过程中应用了 Maxwell's 方程组中的 电场中的高斯定理（名称）。它对应的积分、微分、相量形式分别为 $\oint_S\vec{D}\cdot d\vec{S}=\oint_V\rho(V)dV$、$\nabla\cdot\vec{D}=\rho$、$\nabla\cdot\dot{\vec{D}}=\dot{\rho}$。

（4）自由空间中的时变电磁场，已知磁感应强度 $\vec{B}(t)=(2x\vec{e}_x-2y\vec{e}_y)\sin\omega t$ Gs，则在空间中任一点处电场强度的旋度 $\nabla\times\vec{E}(t)=$ $-\omega\cdot\cos\omega t\,(2x\vec{e}_x-2y\vec{e}_y)\ V\cdot m^{-1}$ 在上述计算过程中应用了 Maxwell's 方程组中的 电磁感应 定律。它对应的积分、微分、相量形式分别为 $\oint_l\vec{E}\cdot d\vec{l}=-\int_S\frac{\partial\vec{B}}{\partial t}\cdot d\vec{S}$、$\nabla\times\vec{E}=-\frac{\partial\vec{B}}{\partial t}$、$\nabla\times\dot{\vec{E}}=-j\omega\dot{\vec{B}}$。

2、动态电磁位相关基本概念

（5）为分析计算电磁场问题的需要，可引入位函数，如静电场的电位函数$\varphi(\boldsymbol{r})$、恒定电流场(电源外)的电位函数$\varphi(\boldsymbol{r})$、恒定磁场中的标量磁位函数$\varphi_m(\boldsymbol{r})$和矢量磁位函数$\boldsymbol{A}(\boldsymbol{r})$。类似地，在动态电磁场中，也引入了辅助位函数，请回答：

a. 动态电磁场中引入的辅助位函数是什么？

简化Maxwell方程组求解

b. 写出动态电磁场中辅助位函数分别与相应的基本场量之间的关系：

$\vec{B}=\nabla\times\vec{A}$

$\vec{E}=-\nabla\varphi-\frac{\partial\vec{A}}{\partial t}$

c. 写出动态电磁场中辅助位函数与相应场源$\vec{J}(\vec{r}',t)$、$\rho(\vec{r}',t)$之间的关系，即分别写出这些位函数所遵循的基本方程——偏微分方程式。并写出此偏微分方程所应用的规范名称及公式。

$$\begin{cases}\nabla^2\vec{A}-\mu\varepsilon\frac{\partial^2\vec{A}}{\partial t^2}=-\mu\vec{J}\\ \nabla^2\varphi-\mu\varepsilon\frac{\partial^2\varphi}{\partial t^2}=-\frac{\rho}{\varepsilon}\end{cases}$$ 达朗贝尔方程

洛伦兹规范 $\nabla\cdot\vec{A}=-\mu\varepsilon\frac{\partial\varphi}{\partial t}$

d. 基于计算辅助量描述恒定磁场的偏微分方程所应用的规范名称及公式。

库仑规范 $\nabla\cdot\vec{A}=0$

e. 简述规范给出的依据，并回答规范是否唯一？

上述两个式子中，不存在$\vec{A}$与$\vec{E}$的耦合.

3、电准静态场与磁准静态场的基本概念

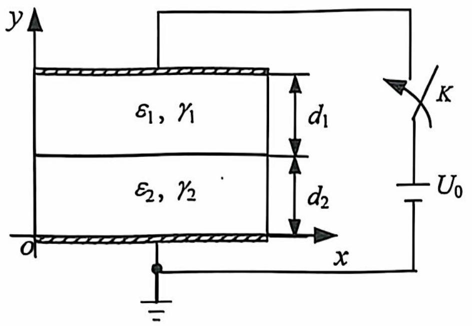
（6）在时变电磁场中，如果__库仑__电场远大于__感应__电场，则可看作电准静态场；如果__传导__电流远大于__位移__电流，则可看作磁准静态场。

在电磁场工程问题中，有一类时变电磁场，它在每一瞬间场量的解答均可按静态场规律进行分析，这类时变电磁场总称为__准静态电磁场__，例如，电力系统的工频高压电场，因为满足可忽略__$\frac{\partial B}{\partial t}$__的物理条件，故称之为其中的__电准静态场__；而在低频（如工频）工作下的各类磁场问题，如涡流问题，则因满足可忽略__$\frac{\partial D}{\partial t}$__的物理条件，故可归结为其中的__磁准静态场__，一般而言，对于__EQS__，应先计算电场，然后计算磁场；而对于__MQS__，应先计算磁场，后计算电场。

4、静电场、恒定电流场

4.1 电场中的边值问题列写

（6）如图所示平板电容器，两种媒质均为有损电介质，媒质特性参数见图中给定，设极板面积为 S，两种介质的厚度分别为 d_1 和 d_2。当 t=0 时，开关 K 闭合，电容器接通直流电源 U_0 充电，忽略极板的边缘效应。按图示的坐标系统，写出 t=∞时求解该电场分布的边值问题（包括泛定方程、边界条件和分界面条件）。

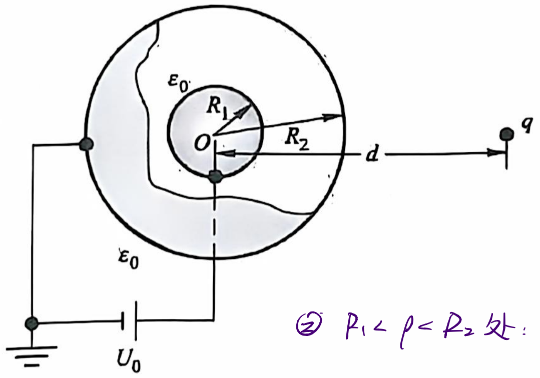


$$\begin{cases} \nabla^2\varphi_1=0 \\ \nabla^2\varphi_2=0 \\ \varphi_1|_{y=d_1+d_2}=U_0 \\ \varphi_2|_{y=0}=0 \\ \varphi_1|_{y=d_2}=\varphi_2|_{y=d_2} \\ \gamma_1\nabla\varphi_1|_{y=d_2}=\gamma_2\nabla\varphi_2|_{y=d_2} \end{cases}$$

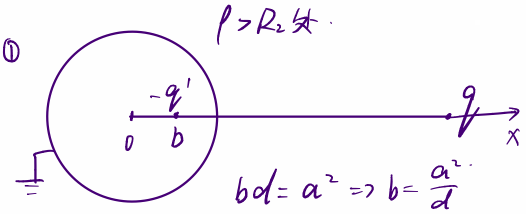
4.2 电场场分布求解：高斯定理、镜像法

（7）如图所示

两同心球壳间的电压为 V_0，外球壳接地，且在球心 O 相距 d 处有一点电荷 q，试写出计算球内、外电场的计算模型（不需写出计算结果，可应用镜像法）



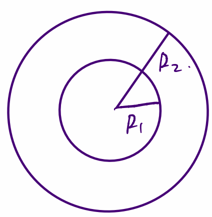
① $\rho>R_2$处



$bd=a^2 \Rightarrow b=\frac{a^2}{d}$

$q'=\frac{a}{d}q$

② $R_1<\rho<R_2$处：



球形电容器

5 综合练习：场分布、参数、力

长直同轴电缆，实心内导体的半径为 a，外导体有一定厚度、内半径为 b、外半径为 c 的薄壳。导体及绝缘介质的媒质特性参数如图 5 所示。内导体中载有均匀分布的电流 I，方向为+z 方向，外导体中载有均匀分布的电流 I，方向为 -z 方向，试求：

（1）内导体中、内外导体间绝缘介质中、外导体中和电缆外空间的磁场强度；

（2）同轴电缆的单位长度自感；

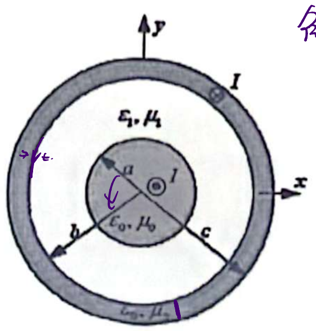
（3）应用法拉第观点计算外导体内表面单位面积上所受的磁场力；

（4）内导体不变，如果外导体为理想导体：

a. 外导体中的电流分布有什么规律，并计算相应的电流密度（包括体、面电流密度）；

b. 计算此时该同轴电缆的单位长度自感；

（5）如果同轴电缆加载频率 f 的交流电流，导体中电流将不再均匀分布，请定性描述内、外导体中电流分布规律，同轴电缆单位长度的内自感、外自感随频率 f 的变化规律。



解：(1) ① $0<\rho<a$:

$$\vec{B} = \frac{\mu_0 I}{2\pi\rho}\cdot\frac{\pi\rho^2}{\pi a^2} = \frac{\mu_0 I\rho}{2\pi a^2}\vec{e}_\theta$$

② $a<\rho<b$:

$$\vec{B} = \frac{\mu_1 I}{2\pi\rho}$$

③ $b<\rho<c$:

$$\vec{B} = -\frac{\mu_0}{2\pi\rho}\left(I\cdot\frac{\pi(\rho^2-b^2)}{\pi(c^2-b^2)} - I\right)\vec{e}_\theta = \frac{\mu_0 I}{2\pi\rho}\frac{c^2-\rho^2}{c^2-b^2}\vec{e}_\theta$$

④ $\rho>c$: $\vec{B}=0$

$$2c^2\rho = c^2(c^2-b^2) + \rho^3 = \frac{1}{4}\rho^4 = \frac{1}{4}(c^4-b^4)$$

(2) $L_{i1} = \frac{\mu_0}{8\pi}$ $L_0 = \frac{\mu_0}{2\pi}\ln\frac{b}{a}$

$$\Psi_{i2} = \int_b^c \frac{\mu_0 I}{2\pi\rho}\left(\frac{c^2-\rho^2}{c^2-b^2}\right)^2 d\rho = \frac{\mu_0 I}{2\pi(c^2-b^2)^2}\int_b^c \frac{c^4}{\rho} - \frac{2c^2\rho^2}{\rho} + \frac{\rho^4}{\rho}d\rho = \frac{\mu_0 I}{2\pi(c^2-b^2)^2}\left[c^4\ln\frac{c}{b} - \frac{1}{4}(c^2-b^2)(3c^2-b^2)\right]$$

$$L = \frac{\mu_0}{2\pi}\left(\frac{1}{4}+\ln\frac{b}{a} + \frac{1}{(c^2-b^2)^2}\left(c^4\ln\frac{c}{b} - \frac{1}{4}(c^2-b^2)(3c^2-b^2)\right)\right]$$

(3) $F = \frac{1}{2}B\cdot H \Rightarrow F_1 = \frac{1}{2}\mu_1\frac{I^2}{4\pi^2b^2}$ $F_2 = \frac{1}{2}\mu_0\frac{I^2}{4\pi^2b^2} \Rightarrow \vec{F} = F = F_1 - F_2 = \frac{I^2(\mu_1-\mu_0)}{8\pi^2b^2}$

(4) (a) 电流分布在外导体内表面

理想导体中 $\vec{E}=0$, $\vec{H}=0 \Rightarrow \vec{J}_c=0$

$\vec{K} = \frac{I}{2\pi b}$

(b) $L = \frac{\mu_0}{2\pi}\left(\frac{1}{4}+\ln\frac{b}{a}\right)$

(5) 电流会有集肤效应，表面电场和磁场强度较强，对应电流较强，

根据 $d=\sqrt{\frac{2}{\omega\mu\sigma}}$ $f\uparrow$，电流越集中在表面。

L_0 不变，L_i 变小